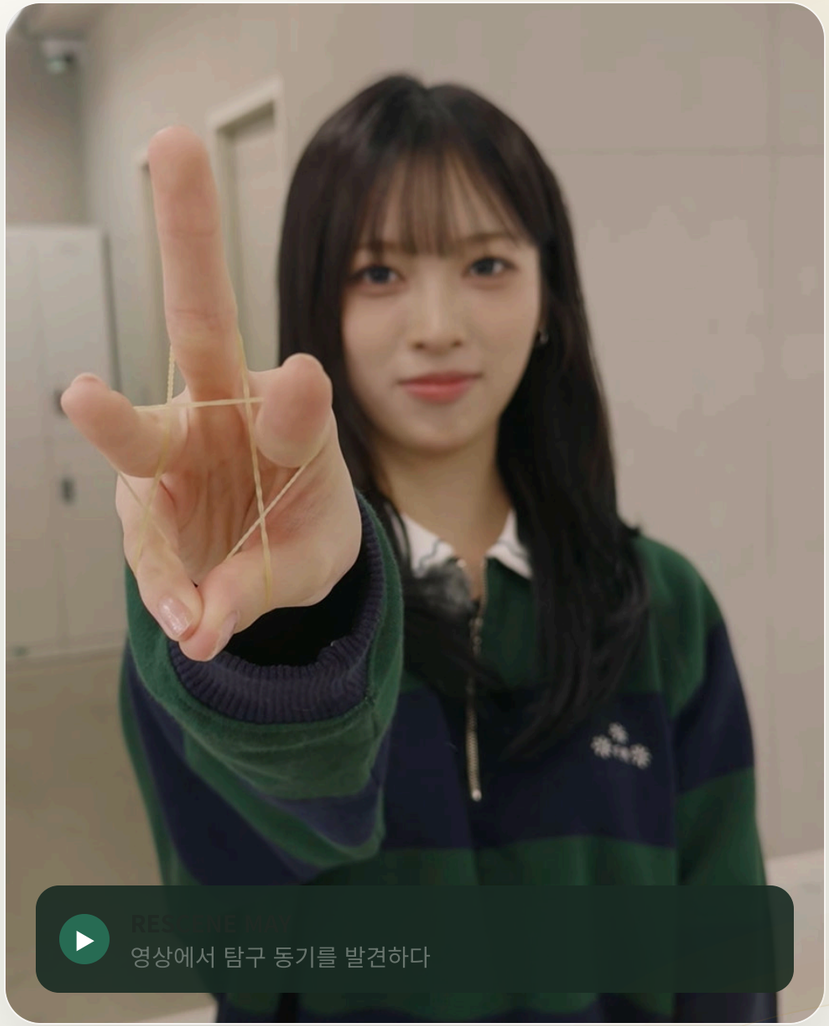
고무줄로 별 만들기

손가락 움직임을 수학적으로 모델링하고 별을 만드는 최단 경로를 찾아보자.

그래프 탐색 최단 경로



영상 속 동작을 수학의 언어로 바꾼다면?

탐구 동기

리센느 메이가 손가락과 고무줄로 별을 만드는 영상을 보고, 더 적은 동작으로 만들 수 있는지 궁금해졌다.

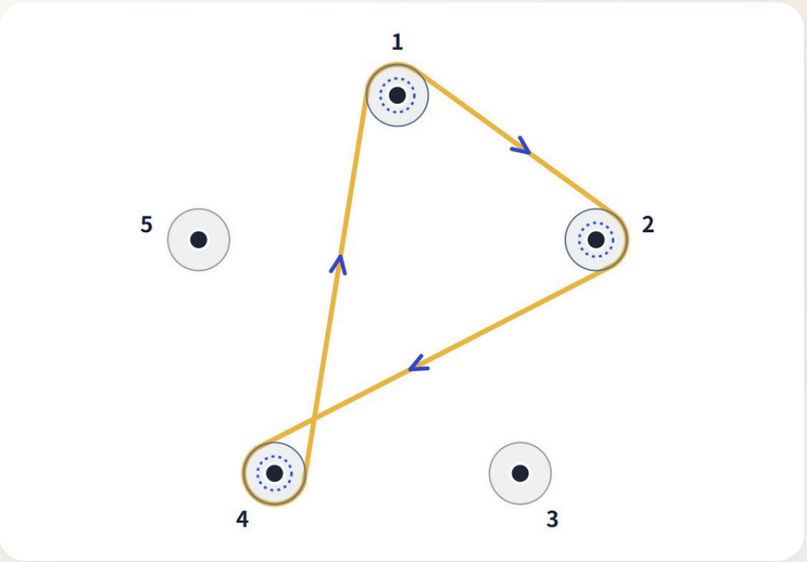
핵심 질문

? 손가락 동작과 고무줄 상태를 모델링해 별을 만드는 최단 동작 횟수를 구할 수 있을까?

고무줄 상태를 문자 하나로 기록

> 고무줄의 각 상태를 문자로 나타내면, 여러 상태의 연결을 하나의 단어로 표현할 수 있다.

시계 방향: x_i, 반시계 방향: x_i^{-1}



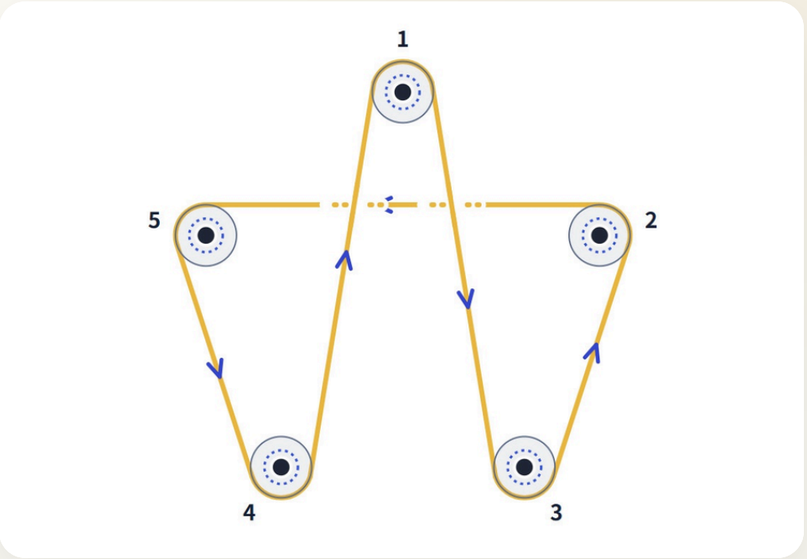
$$w = x_1 x_2 x_4^{-1}$$

x_i는 고무줄의 상태를 나타냄

고무줄의 모양을 상태 벡터로 저장

> 손가락 사이의 교차 정보를 0과 1로 기록하면, 현재 고무줄 모양을 비교하고 탐색할 수 있다.

같은 방식으로 모든 가능한 상태를 표현한다.



$$w = x_1 x_3^{-1} x_2^{-1} x_5^{-1} x_4^{-1}, \quad H = (1, 0)$$

단어와 교차 정보로 현재 상태를 표현

손가락 움직임 모델링

> 손가락을 걸거나 빼는 동작을 수식으로 정의해, 고무줄 상태 사이의 이동으로 표현한다.

걸기 새로운 상태를 삽입

빼기 기존 상태를 제거

1) 손가락 걸기

$$\cdots x_a^{e_a} x_b^{e_b} \cdots \longrightarrow \cdots x_a^{e_a} x_i^{e(i;a,b)} x_b^{e_b} \cdots$$

$$e_n(i;a,b) = \begin{cases} +1, & 0 < d_n(a,i) < d_n(a,b), \\ -1, & 0 < d_n(a,b) < d_n(a,i). \end{cases}$$

2) 손가락 빼기

$$\cdots x_a^{e_a} x_i^{e_i} x_b^{e_b} \cdots \longrightarrow \cdots x_a^{e_a} x_b^{e_b} \cdots$$

손가락 하나를 어디에 걸까?

$n = 5$ $a = 4$ $b = 2$ $i = 1$

STEP 01

$d_5(4, 1) = 2$

4 → 5 → 1
시계 방향으로 2칸

STEP 02

$d_5(4, 2) = 3$

4 → 5 → 1 → 2
시계 방향으로 3칸

STEP 03

$0 < 2 < 3$

조건을 만족하므로
$e_5(1; 4, 2) = +1$

결론

1번 손가락을 시계 방향으로 삽입

거리가 같을 때 엄격한 부등식이 성립하지 않으므로 경계값은 $e_n = 0$으로 둔다.

별을 만드는 최소 동작

고무줄의 상태를 정점으로, 손가락을 걸고 빼는 동작을 간선으로 모델링하여
초기 상태와 목표 상태에서 동시에 양방향 BFS를 수행했다.

4 오각별
최소 4회

8 칠각별
최소 8회

결론: 손가락 동작을 수학적 상태와 이동으로 바꾸면, 영상 속 별 만들기를 최단 경로 문제로 해결할 수 있다.